

# קורס קדם במתמטיקה למהנדסים

פרק 8 - גיאומטריה אנליטית - המעגל

תוכן העניינים

1. הכרות עם משוואת המעגל.....1
2. מעגל המשיק לצירים.....5
3. משיק למעגל.....7
4. שאלות יסודיות שונות.....8
5. נושאים מתקדמים במעגל (ללא ספר).....8
6. כתיבת משוואת מעגל עם השלמה לריבוע.....15
7. משוואות המשיקים למעגל.....16
8. מיתר המחבר שתי נקודות השקה.....18
9. שאלות מסכמות שונות.....19

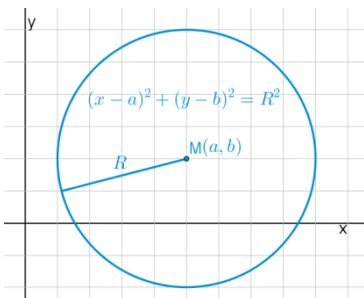
## הכרות עם משוואת המעגל:

### סיכום כללי:

#### הגדרה:

המקום הגאומטרי של כל הנקודות, הנמצאות במרחק קבוע מנקודה קבועה במישור נקרא מעגל.

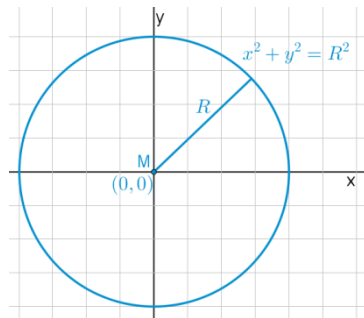
#### משוואת מעגל:



משוואת מעגל שמרכזו בנקודה  $M(a, b)$

ורדיוסו  $R$  היא:  $(x-a)^2 + (y-b)^2 = R^2$ .

#### משוואת מעגל קנוני:



משוואת מעגל קנוני (שמרכזו בראשית הצירים  $M(0, 0)$ )

ורדיוסו  $R$  היא:  $x^2 + y^2 = R^2$ .

### שאלות:

1) מצא את מרכזם ורדיוסם של המעגלים הבאים:

א.  $(x-3)^2 + (y+5)^2 = 49$

ב.  $\left(x + \frac{1}{2}\right)^2 + y^2 = 10$

ג.  $(x-m)^2 + (y+n)^2 = m^2 + n^2$

2) כתוב את משוואות המעגלים שמרכזם  $M$  ורדיוסם  $R$ :

א.  $M(-3, 5)$ ,  $R=10$

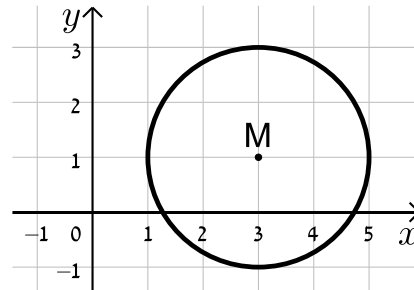
ב.  $M(4, -2)$ ,  $R=3$

ג.  $M(10, -12)$ ,  $R=\sqrt{30}$

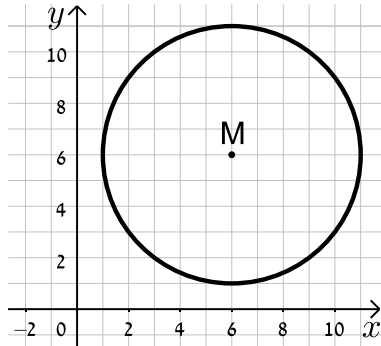
ד.  $M(5, 5)$ ,  $R=\sqrt{40}$

3) כתוב את משוואות המעגלים הבאים בכל מקרה:

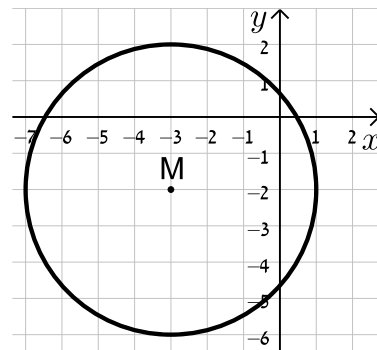
א.



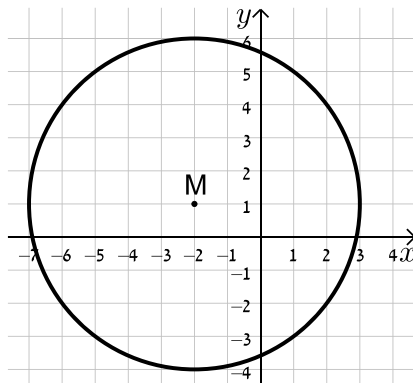
ב.



ג.



ד.



4) מצא את משוואתו של מעגל שעובר בנקודה  $A(-4, 5)$  ומרכזו בנקודה  $O(2, -1)$ .

5) מצא את משוואת המעגל שמרכזו בנקודה  $M(-5, 6)$  והוא חותך את ציר ה- $x$  בנקודה שבה  $x = 9$ .

6) מצא את משוואת המעגל שמרכזו בנקודה  $M(0, -7)$  והוא חותך את ציר ה- $y$  בנקודה שבה  $y = 3$ .

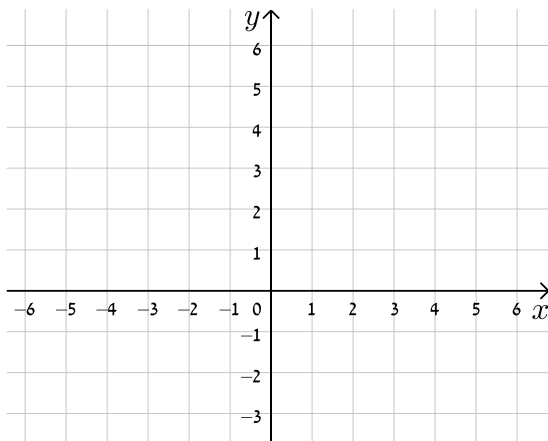
7) מצא את משוואתו של מעגל שעובר בנקודה  $A(11, 2)$ , רדיוסו 13 ומרכזו נמצא על הישר  $y = 2x - 1$ .

8) מצא את משוואתו של מעגל שהנקודות  $A(-2, 3)$  ו- $B(4, -3)$  הן קצות הקוטר שלו.

(9) מצא את משוואתו של מעגל שמרכזו נמצא על הישר  $x = 4$ , רדיוסו 10 והוא חותך מציר ה- $x$  מיתר שאורכו 12.

(10) מצא את משוואתו של מעגל שמרכזו  $M(4, -3)$  אם ידוע כי הישר  $y = -3x + 7$  חותך אותו בשתי נקודות A ו-B כך שאורכו של המיתר AB הוא 4 יחידות אורך.

(11) מצא את משוואתו של מעגל החוסם משולש שקודקודיו הם  $A(22, -24)$ ,  $B(-10, 40)$ ,  $C(-30, 28)$ .



(12) נתונים שני מעגלים בעלי אותו המרכז  $M(3, -1)$ , האחד הוא בעל רדיוס  $R$  והשני בעל רדיוס של  $2R$ .  
א. כתוב את המשוואות של שני המעגלים (בטא באמצעות  $R$ ).  
ב. מה תהיינה המשוואות עבור  $R = 2$ ?  
ג. צייר את שני המעגלים במערכת הצירים שלפניך.

(13) שני מעגלים שמרכזיהם  $M_1(6, 2)$  ו- $M_2(-3, -4)$  חותכים זה את זה בנקודה  $(-2, 3)$ . מצא את משוואות המעגלים.

(14) נתונה משוואת המעגל הבאה:  $x^2 + y^2 - 10x - 10y + a = 0$  כאשר  $a$  פרמטר.  
א. מצא ביטוי של רדיוס המעגל באמצעות  $a$ .  
ב. איזה מהערכים הבאים יכול להיות הגיוני עבור  $a$ ?  
נמק ומצא את תחום ההגדרה של  $a$ .  
i.  $a = 5$   
ii.  $a = 55$

## תשובות סופיות:

$$(1) \quad M(3, -5), R = 7 \quad \text{א.} \quad M(-0.5, 0), R = \sqrt{10} \quad \text{ב.}$$

$$\text{ג.} \quad M(m, -n), R = \sqrt{m^2 + n^2}.$$

$$(2) \quad \text{א.} \quad (x-4)^2 + (y+2)^2 = 9 \quad \text{ב.} \quad (x+3)^2 + (y-5)^2 = 100$$

$$\text{ג.} \quad (x-5)^2 + (y-5)^2 = 40 \quad \text{ד.} \quad (x-10)^2 + (y+12)^2 = 30$$

$$(3) \quad \text{א.} \quad (x-3)^2 + (y-1)^2 = 4 \quad \text{ב.} \quad (x-6)^2 + (y-6)^2 = 25$$

$$\text{ג.} \quad (x+3)^2 + (y+2)^2 = 16 \quad \text{ד.} \quad (x+2)^2 + (y-1)^2 = 25$$

$$(4) \quad M(3, -3), (x-2)^2 + (y+1)^2 = 72$$

$$(5) \quad (x+5)^2 + (y-6)^2 = 232$$

$$(6) \quad x^2 + (y+7)^2 = 100$$

$$(7) \quad (x+1)^2 + (y+3)^2 = 169 \quad \text{או} \quad (x-7.8)^2 + (y+14.6)^2 = 169$$

$$(8) \quad (x-1)^2 + y^2 = 18$$

$$(9) \quad (x-4)^2 + (y-8)^2 = 100 \quad \text{או} \quad (x-4)^2 + (y+8)^2 = 100$$

$$(10) \quad (x-4)^2 + (y+3)^2 = 4\frac{2}{5}$$

$$(11) \quad (x+2)^2 + (y-4)^2 = 1360$$

$$(12) \quad \text{א.} \quad (x-3)^2 + (y+1)^2 = 4R^2, (x-3)^2 + (y+1)^2 = R^2$$

$$\text{ב.} \quad (x-3)^2 + (y+1)^2 = 16, (x-3)^2 + (y+1)^2 = 4$$

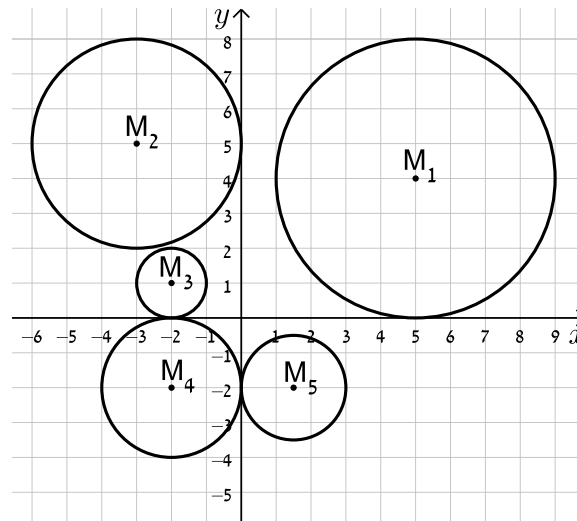
$$(13) \quad (x-6)^2 + (y-2)^2 = 65, (x+3)^2 + (y+4)^2 = 50$$

$$(14) \quad \text{א.} \quad R = \sqrt{50-a} \quad \text{ב.} \quad a = 5, a < 50$$

## מעגל המשיק לצירים:

### שאלות:

15) כתוב את משוואות המעגלים הבאים:



16) מצא את משוואתו של מעגל המשיק לשני הצירים ורדיוסו 4.

17) מצא את משוואת המעגל שמשיק לציר ה- $x$  ומרכזו בנקודה  $M(16, 8)$ .

18) מצא את משוואת המעגל שמרכזו נמצא על הישר  $2x + 3y + 6 = 0$  והוא משיק לשני הצירים.

19) מצא את משוואתו של מעגל שמשיק לציר ה- $y$  ולישר  $y = 6$  ומרכזו על הישר  $y = 3x - 2$  ברביע הראשון.

### תשובות סופיות:

$$M_1 : (x-5)^2 + (y-4)^2 = 16, M_2 : (x+3)^2 + (y-5)^2 = 9 \quad (15)$$

$$, M_3 : (x+2)^2 + (y-1)^2 = 1, M_4 : (x+2)^2 + (y+2)^2 = 4$$

$$. M_5 : (x-1.5)^2 + (y+2)^2 = 2\frac{1}{4}$$

$$. (x \pm 4)^2 + (y \pm 4)^2 = 16 \quad (16)$$

$$. (x-16)^2 + (y-8)^2 = 64 \quad (17)$$

$$. \left(x+1\frac{1}{5}\right)^2 + \left(y+1\frac{1}{5}\right)^2 = \frac{36}{25}, (x-6)^2 + (y+6)^2 = 36 \quad (18)$$

$$. (x-2)^2 + (y-4)^2 = 4 \quad (19)$$

## משיק למעגל:

### סיכום כללי:

משוואת המשיק למעגל  $(x-a)^2 + (y-b)^2 = R^2$  בנקודה  $A(x_1, y_1)$  שעליו היא:  $(x-a)(x_1-a) + (y-b)(y_1-b) = R^2$ .

### שאלות:

(20) מצא את משוואות המשיקים למעגל  $(x+1)^2 + (y-2)^2 = 25$  בנקודות על המעגל שבהן  $y = 5$ .

(21) נתונה משוואת המעגל:  $(x-1)^2 + (y-3)^2 = 20$  ומשוואת הישר  $y = 2x + m$  כאשר  $m$  פרמטר. מצא עבור אלו ערכים של  $m$  הישר ישיק למעגל ולאילו ערכים הישר יחתוך את המעגל.

### תשובות סופיות:

(20)  $4x - 3y + 35 = 0$  ו-  $4x + 3y = 27$ .

(21) משיק:  $-9, -11, m$ , חותך:  $-9 < m < 11$ .



## שאלות יסודיות שונות:

### שאלות:

(22) נתון מעגל שמשוואתו  $(x-3)^2 + (y+4)^2 = 25$ .

- א. מצא את נקודות החיתוך של המעגל עם הצירים.  
 ב. העבירו קוטר במעגל, המאונך לציר ה- $x$ .  
 מצא את שטח המרובע הנוצר על ידי נקודות החיתוך שמצאת בסעיף א'  
 ונקודת החיתוך של הקוטר עם המעגל הנמצאת ברביע הראשון.

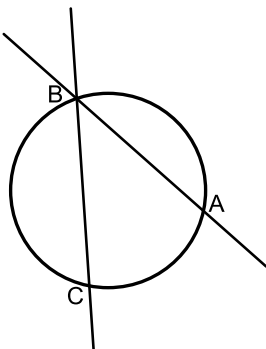
- (23) נתון ישר שמשוואתו  $y = 2x - 10$ . הישר חותך את ציר ה- $x$  בנקודה A ואת ציר ה- $y$  בנקודה B. בנקודה A מעבירים משיק למעגל שהקטע AB הוא קוטרו. המשיק חותך את ציר ה- $y$  בנקודה C. מצא את אורך הקטע BC.

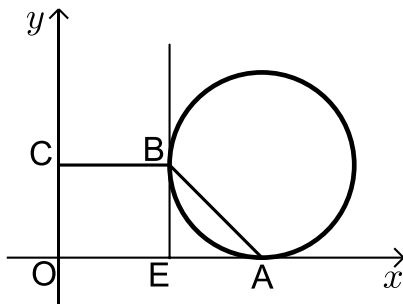
- (24) נתון המעגל שמשוואתו  $x^2 + y^2 = 81$ . מסמנים ב-A את נקודת החיתוך החיובית של המעגל עם ציר ה- $x$ . הנקודה A היא מרכזו של מעגל נוסף בעל רדיוס של 12. מסמנים את נקודות החיתוך של שני המעגלים ב-B ו-C. מצא את שטח המשולש שנוצר בין הנקודות B, C ו-O (ראשית הצירים).

- (25) נתון ישר שמשוואתו  $y = x$ . הישר חותך מעגל קנוני שמשוואתו  $x^2 + y^2 = 32$  בשתי נקודות, A ו-B, כאשר A ברביע הראשון. בנקודה A עובר מעגל נוסף, המשיק למעגל הקנוני ובעל אותו רדיוס. מצא את משוואת המעגל הנוסף ואת משוואת המשיק המשותף לשני המעגלים העובר בנקודה A.

- (26) הישרים:  $9y + 11x = 94$  ו- $y = -3x + 14$  נחתכים בנקודה B.

- דרך נקודה זו עובר מעגל שמרכזו הוא:  $M(-9,1)$ .  
 ידוע כי מעגל זה חותך את הישרים (חוץ מהנקודה B) בשתי נקודות A ו-C (ראה איור).  
 א. מצא את שיעורי הנקודה B.  
 ב. מצא את משוואת המעגל.  
 ג. מצא את שיעורי הנקודה A – נקודת החיתוך של הישר שמשוואתו:  $y = -3x + 14$  עם המעגל.





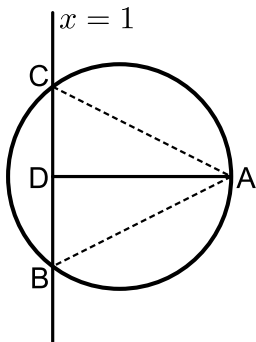
- (27)** נתון מעגל המשיק לציר ה- $x$  בנקודה  $A$ .  
מהנקודה  $E$  שעל ציר ה- $x$  מעלים אנך המשיק  
למעגל בנקודה  $B$  (ראה איור).  
הקטע  $BC$  מקביל לציר ה- $x$  ו- $O$  היא נקודת  
ראשית הצירים. יוצרים טרפז ישר זווית  $ABCO$   
ששטחו הוא  $170$  סמ"ר.  
ידוע כי:  $C(0,10)$  ו-  $10$  ס"מ  $AE =$ .

א. ענה על הסעיפים הבאים:

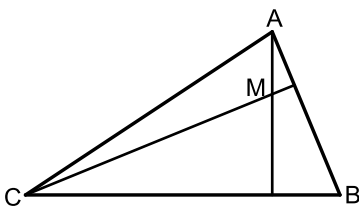
i. מצא את שיעורי הנקודה  $B$ .

ii. מצא את שיעורי הנקודה  $A$ .

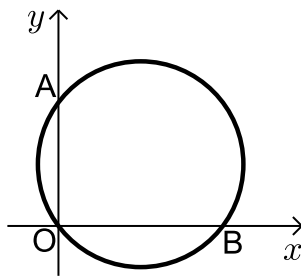
ב. כתוב את משוואת המעגל.



- (28)** הנקודה  $A(17,4)$  נמצאת על המעגל  
שמשוואתו:  $(x-7)^2 + (y-4)^2 = R^2$ .  
הישר  $x=1$  חותך את המעגל בשתי נקודות  $B$  ו- $C$  כך  
ש- $B$  נמצאת ברביע הרביעי. מעבירים את הקטע  $AD$   
המאונך לישר  $BC$  וידוע כי הנקודה  $D$  היא אמצע  $BC$ .  
א. מצא את רדיוס המעגל.  
ב. מצא את שיעורי הנקודות  $B$  ו- $C$ .  
ג. ענה על הסעיפים הבאים:  
i. חשב את מרחק הנקודה  $A$  מהישר  $x=1$ .  
ii. חשב את שטח המשולש  $ABC$ .



- (29)** נתון משולש  $ABC$ . משוואות הצלעות  $AB$  ו- $BC$   
במשולש  $ABC$  הן בהתאמה:  $2y - x = 56$   
ו-  $8y + x = 104$ .  
מעבירים גבהים לצלעות  $AB$  ו- $BC$  אשר  
נחתכים בנקודה  $M(0, -2)$  שבתוך המשולש.  
א. מצא את משוואות הגבהים.  
ב. מצא את שיעורי הנקודה  $B$ .  
ג. מצא את משוואת המעגל שמרכזו בנקודה  $M$   
ורדיוסו הוא הקטע  $BM$ .



**(30)** באיור שלפניך מתואר המעגל:  $(x-4)^2 + (y-3)^2 = 25$ .

המעגל חותך את הצירים בנקודות A, B ו-O.

א. מצא את נקודות החיתוך של המעגל עם הצירים.

ב. מצא נקודה C הנמצאת על היקף המעגל ברביע

הראשון כך שהמרובע ABCO יהיה מלבן.

ג. חשב את היקף המלבן.

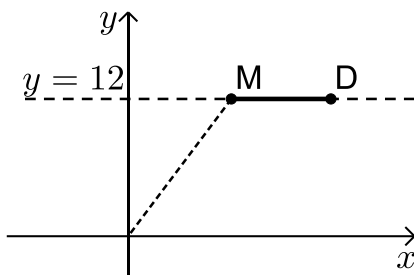
**(31)** המעגל:  $(x+a)^2 + (y-1)^2 = a+4$ ,  $a > 0$  חותך את ציר ה-x בנקודה שבה:  $x=1$ .

א. מצא את a.

ב. מצא את נקודות החיתוך של המעגל הנתון עם המעגל  $(x-1)^2 + (y-2)^2 = 10$ .

ג. כתוב את משוואת הישר העובר דרך נקודות החיתוך של שני המעגלים.

ד. חשב את שטח המשולש שיוצר הישר שמצאת בסעיף הקודם עם הצירים.



**(32)** הנקודות M ו-D נמצאות על הישר  $y=12$  ידוע כי שיעור

ה-x של הנקודה M הוא 9 וכי המרחק של הנקודה M

מראשית הצירים גדול ב-6 מהמרחק בין

הנקודות M ו-D (ראה איור).

בונים מעגל שמרכזו נמצא בנקודה M ורדיוסו

הוא האורך DM.

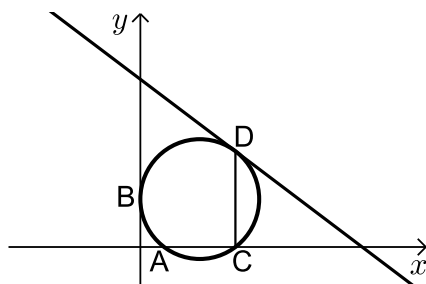
א. ענה על הסעיפים הבאים:

i. מצא את מרחק הנקודה M מראשית הצירים.

ii. מצא את שיעור ה-x של הנקודה D.

ב. כתוב את משוואת המעגל.

ג. האם המעגל הזה חותך את הצירים? הראה חישוב מתאים לטענתך.



**(33)** מעגל שמרכזו בנקודה M(15,12) משיק לציר ה-y

בנקודה B וחותך את ציר ה-x בשתי נקודות A

ו-C כמתואר באיור.

א. כתוב את משוואת המעגל.

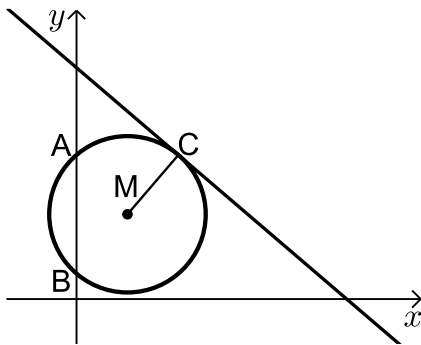
מהנקודה C מעלים אנך לציר ה-x שחותך את

המעגל בנקודה נוספת D.

דרך הנקודה D עובר משיק למעגל.

ב. מצא את שיעורי הנקודות C ו-D.

ג. מצא את משוואת המשיק למעגל בנקודה D.



34) באיור שלפניך נתון מעגל שמרכזו בנקודה M.

המעגל חותך את ציר ה- $y$  בנקודות A ו-B.

מעבירים משיק למעגל:  $6x + 7y = 191$

דרך הנקודה:  $C(12, 17)$ .

א. כתוב את משוואת הרדיוס MC.

ב. ידוע כי הנקודה M נמצאת על הישר  $y = 10$ .

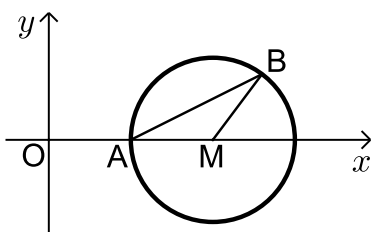
i. מצא את שיעורי הנקודה M.

ii. מצא את אורך רדיוס המעגל.

iii. כתוב את משוואת המעגל.

ג. מצא את נקודות החיתוך של המעגל עם ציר ה- $y$ .

ד. חשב את שטח המשולש AMB.



35) באיור שלפניך נתון מעגל שמרכזו בנקודה M הנמצאת על

ציר ה- $x$ . המעגל חותך את ציר ה- $x$  בנקודה A.

מסמנים את ראשית הצירים ב-O.

ידוע כי A היא אמצע הקטע MO ושיעוריה הם:  $A(5, 0)$ .

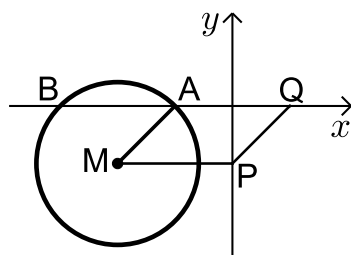
א. מצא את משוואת המעגל.

ב. כתוב את משוואת הישר שעובר דרך הנקודה A ושיפועו הוא 0.5.

ג. מצא את נקודת החיתוך הנוספת של הישר שמצאת עם המעגל.

ד. סמן את הנקודה שמצאת בסעיף הקודם ב-B וחשב

את שטח המשולש AMB.



36) באיור שלפניך נתון מעגל שמשוואתו

היא:  $(x + 4)^2 + (y + 2)^2 = 8$ .

מסמנים את נקודות החיתוך של המעגל עם ציר ה- $x$

ב-A ו-B (ראה איור).

א. מצא את שיעורי הנקודות A ו-B.

מעבירים אנך לציר ה- $y$  מנקודת מרכז המעגל M

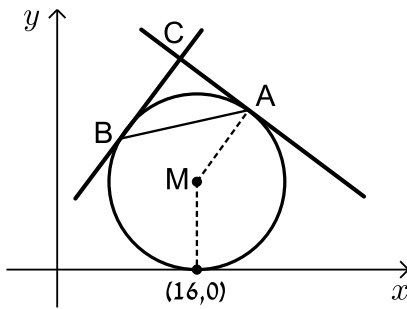
ומסמנים את חיתוכם ב-P.

ב. מצא נקודה Q כך שהמרובע AMPQ יהיה מקבילית. נמק.

ג. כתוב את משוואת הישר PQ.

ד. הוכח כי הישר שמצאת בסעיף הקודם משיק למעגל

בנקודה  $(-2, -4)$ .



37 נתון מעגל שרדיוסו  $R$  ( $R < 16$ ) ומשיק לציר ה- $x$

בנקודה שבה:  $x = 16$ .

א. הבע באמצעות  $R$  את משוואת המעגל וציין האם הוא חותך את ציר ה- $y$  או לא. נמק.

מהנקודה  $A(22,18)$  שעל המעגל מעבירים משיק.

ב. מצא את  $R$  וכתוב את משוואת המעגל.

ג. כתוב את משוואת המשיק למעגל בנקודה  $A$ .

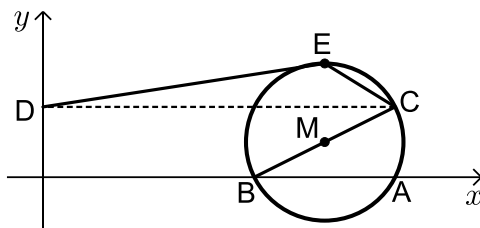
ד. מצא את משוואת המשיק למעגל בנקודה  $B$  שבה  $x_B < x_M$

אם ידוע כי הוא המאונך למשיק הקודם.

ה. המשיקים נחתכים בנקודה  $C$ .

i. מצא את שיעורי הנקודה  $C$ .

ii. מצא את שטח המשולש  $ABC$ .



38 באיור שלפניך נתון מעגל

שמשוואתו:  $(x+a)^2 + (y-1)^2 = 5$ , פרמטר  $a$ .

ידוע כי המעגל חותך את ציר ה- $x$  בנקודה  $A(10,0)$ .

א. מצא את  $a$  אם ידוע כי  $a > -10$ .

ב. מצא את הנקודה  $B$  - נקודת החיתוך השנייה של המעגל עם ציר ה- $x$ .

ג. כתוב את משוואת הקוטר העובר דרך הנקודה  $B$  ומרכז המעגל  $M$ .

ד. מצא את נקודת החיתוך השנייה של הקוטר עם המעגל.

ה. מעבירים אנך מנקודת החיתוך שמצאת בסעיף הקודם לציר ה- $y$  בנקודה  $D$ .

הנקודה  $E$  היא הנקודה בעלת שיעור ה- $y$  הגדול ביותר על המעגל.

מחברים את הנקודות  $D$  ו- $E$  כך שנוצר המחומש  $DECBO$ . חשב את שטחו.

39 באיור שלפניך נתון מעגל שמשוואתו:  $(x-5)^2 + (y-3)^2 = R^2$ , רדיוס המעגל.

ידוע כי המעגל עובר בראשית הצירים.

א. מצא את רדיוס המעגל

וכתוב את משוואת המעגל.

ב. מצא את הנקודות  $A$  ו- $B$  - החיתוך של

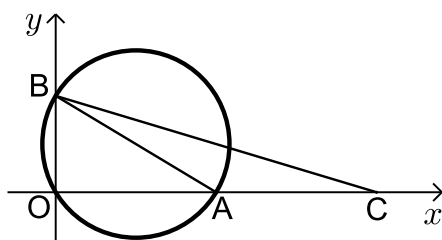
המעגל עם הצירים (ראה איור).

ג. מסמנים נקודה  $C$  על ציר ה- $x$

כך ש- $A$  היא אמצע הקטע  $CO$ .

i. מצא את שיעורי הנקודה  $C$ .

ii. חשב את שטח המשולש  $ABC$ .



## תשובות סופיות:

(22) א.  $(0, -8)$ ,  $(0, 0)$ ,  $(6, 0)$  ב. 27 יח"ש.

(23) 12.5 יחידות אורך.

(24)  $S_{ABOC} = \sqrt{80}$  יח"ש

(25)  $y = -x + 8$ ,  $(x - 8)^2 + (y - 8)^2 = 32$

(26) א.  $(2, 8)$  ב.  $(x + 9)^2 + (y - 1)^2 = 170$  ג.  $(4, 2)$

(27) א. i.  $B(12, 10)$  ii.  $A(22, 0)$  ב.  $(x - 22)^2 + (y - 10)^2 = 100$

(28) א.  $R = 10$  ב.  $B(1, -4)$ ,  $C(1, 12)$  ג. i.  $d = 16$

ii.  $S = 128$

(29) א.  $y = 8x - 2$ ,  $y = -2x - 2$  ב.  $(-24, 16)$  ג.  $x^2 + (y + 2)^2 = 900$

(30) א.  $O(0, 0)$ ,  $A(0, 6)$ ,  $B(8, 0)$  ב.  $C(8, 6)$  ג. 28 יח"ש  $P$

(31) א.  $a = 1$  ב.  $(0, -1)$ ,  $(-2, 3)$  ג.  $y = -2x - 1$

ד.  $S = \frac{1}{4}$

(32) א. i.  $d = 15$  ii.  $x = 18$  ב.  $(x - 9)^2 + (y - 12)^2 = 81$

ג. המעגל אינו חותך את ציר ה- $x$  - כאשר מציבים ב- $y$  אפס מתקבלת משוואה ריבועית

ללא פתרון. המעגל חותך את ציר ה- $x$  בנקודה אחת -  $(12, 0)$ .

(33) א.  $(x - 15)^2 + (y - 12)^2 = 225$  ב.  $C(24, 0)$ ,  $D(24, 24)$  ג.  $y = -\frac{3}{4}x + 42$

(34) א.  $y = \frac{7}{6}x + 3$  ב. i.  $M(6, 10)$  ii.  $\sqrt{85}$

iii.  $(x - 6)^2 + (y - 10)^2 = 85$  ג.  $A(0, 17)$ ,  $B(0, 3)$  ד. 42 יח"ש

(35) א.  $(x - 10)^2 + y^2 = 25$  ב.  $y = 0.5x - 2.5$  ג.  $B(13, 4)$

ד. 10 יח"ש  $S_{AMB}$

(36) א.  $A(-2,0)$ ,  $B(-6,0)$  ב.  $Q(2,0)$  ג.  $y = x - 2$

(37) א.  $(x-16)^2 + (y-R)^2 = R^2$ , המעגל אינו חותך את ציר ה- $y$ .

ב.  $(x-16)^2 + (y-10)^2 = 100$ ,  $R=10$  ג.  $y = -\frac{3}{4}x + 34\frac{1}{2}$

ד.  $y = \frac{4}{3}x + 5\frac{1}{3}$  ה.  $C(14,24)$  ii. 50 יח"ש.

(38) א.  $a = -8$  ב.  $B(6,0)$  ג.  $y = 0.5x - 3$

ד.  $(10,2)$  ה.  $11 + 5\sqrt{5}$  יח"ש  $S_{\text{DECB}} =$

(39) א.  $\sqrt{34}$  יחידות אורך  $R =$ ,  $(x-5)^2 + (y-3)^2 = 34$  ב.  $A(10,0)$ ,  $B(0,6)$

ג.  $C(20,0)$  i. ii. 30 יח"ש  $S_{\text{ABC}} =$

## כתיבת משוואת מעגל עם השלמה לריבוע:

### שאלות:

- (1) מצא את מרכזם ורדיוסם של המעגלים הבאים:
- א.  $x^2 + 10x + y^2 + 6y - 2 = 0$       ב.  $x^2 - 2x + y^2 + 20y + 1 = 0$
- ג.  $x^2 - 8x + y^2 - 14y = 0$       ד.  $x^2 + y^2 + 2y = 0$
- ה.  $x^2 + x + y^2 - 3\frac{3}{4} = 0$       ו.  $x^2 - 2mx + y^2 + 6my + m^2 = 0$

- (2) משוואתו של מעגל היא  $x^2 + y^2 - 6mx - 2(m+2)y + 4m + 4 = 0$ . מצא את ערכו של  $m$  אם ידוע שמרכז המעגל נמצא על הישר  $y = 2x + 7$ .

- (3) משוואתו של מעגל היא  $x^2 + y^2 - 8x + 12y - 48 = 0$ . מצא את אורכו של המיתר שחותך הישר  $y = 2x - 4$  מהמעגל בלי למצוא את נקודות הקצה של המיתר.

### תשובות סופיות:

- (1) א.  $M(-5, -3), R = 6$       ב.  $M(1, -10), R = 10$
- ג.  $M(4, 7), R = \sqrt{65}$       ד.  $M(0, -1), R = 1$
- ה.  $M\left(-\frac{1}{2}, 0\right), R = 2$       ו.  $M(m, -3m), R = 3m$

(2)  $m = -1$

(3)  $2\sqrt{80}$



## משוואות המשיקים למעגל:

### שאלות:

- (4) מצא משוואת מעגל העובר בנקודה  $(1,8)$  המשיק לשני הצירים.
- (5) מצא את אורך המשיק למעגל שמשוואתו  $x^2 + y^2 - 4x + 14y + 37 = 0$  היוצא מהנקודה  $A(10, -3)$ .
- (6) מצא את משוואת המשיק ואת משוואת הנורמל למעגל שמשוואתו  $x^2 + y^2 - 4x + 6y + 3 = 0$  בנקודה  $A(5, -4)$ .
- (7) מצא את נקודת החיתוך של המשיקים למעגל שמשוואתו  $x^2 + (y-1)^2 = 5$  בנקודות שבהן  $x = -1$ .
- (8) נתון מעגל שמרכזו בנקודה  $(-2, 6)$  והוא עובר בראשית הצירים. המעגל חותך את הצירים בשתי נקודות נוספות, A ו-B.  
א. הוכח כי המשיקים למעגל בנקודות A ו-B מקבילים זה לזה.  
ב. הוכח את סעיף א' בלי למצוא את משוואות המשיקים או את שיפועיהם.
- (9) נתון המעגל  $(x-1)^2 + (y-3)^2 = 20$  והישר  $y = 2x + m$ .  
לאילו ערכים של הפרמטר  $m$  הישר משיק למעגל ולאלו ערכים של  $m$  הישר חותך את המעגל?

### תשובות סופיות:

$$(4) \quad (x-5)^2 + (y-5)^2 = 25 \text{ או } (x-13)^2 + (y-13)^2 = 169.$$

$$(5) \quad 8.$$

$$(6) \quad \text{משיק: } y = 3x - 19, \text{ נורמל: } x + 3y + 7 = 0.$$

$$(7) \quad (-5, 1).$$

$$(8) \quad \text{שאלת הוכחה.}$$

$$(9) \quad \text{משיק: } m = -9, 11, \text{ חותך: } -9 < m < 11.$$

## מיתר המחבר שתי נקודות השקה:

### סיכום כללי:

משוואת המיתר, המחבר את שתי נקודות ההשקה של שני המשיקים

למעגל  $(x-a)^2 = (y-b)^2 = R^2$  היוצאים מהנקודה  $A(x_1, y_1)$  שמחוץ

למעגל היא:  $(x-a)(x_1-a) + (y-b)(y_1-b) = R^2$ .

### שאלות:

10) ענה על הסעיפים הבאים:

א. מצא את משוואת המיתר במעגל שמשוואתו  $x^2 + y^2 + 2x - 19 = 0$ ,

המחבר את נקודות ההשקה של המשיקים היוצאים מהנקודה  $A(-3, 8)$

ב. מצא את משוואת המיתר במעגל שמשוואתו  $x^2 + (y-1)^2 = 5$ , המחבר

את נקודות ההשקה של המשיקים היוצאים מהנקודה  $A(-5, 1)$ .

11) נתון מעגל שמשוואתו  $x^2 + y^2 + 16x + 48 = 0$  ונקודה P, שנמצאת על החלק

החיובי של ציר ה-y. הישר המחבר את נקודות ההשקה של המשיקים

היוצאים למעגל מנקודה P חותך את ציר ה-y בנקודה Q. נתון:  $PQ = 14$ .

מצא את שיעורי הנקודה Q.

### תשובות סופיות:

10) א.  $x - 4y + 11 = 0$  ב.  $x = -1$

11)  $Q(0, -8)$  או  $Q(0, -6)$ .

## שאלות מסכמות שונות:

### שאלות:

**(12)** נתון מעגל שמשוואתו  $x^2 + y^2 + 16x - 12y + 64 = 0$ . המעגל משיק מבחוץ למעגל קנוני. מצא את משוואת המעגל הקנוני, את נקודת ההשקה בין המעגלים ואת משוואת המשיק המשותף העובר בנקודה זו.

**(13)** המעגלים  $x^2 + y^2 + 22x - 6y = m$  ו-  $x^2 + y^2 = 26$  נחתכים בזווית ישרה. מצא את ערכו של  $m$ .

**(14)** בטרפז שווה שוקיים ABCD נתון כי הבסיס הגדול, DC, מונח על הישר:  $3x - y - 9 = 0$  והשוק AD מונחת על הישר  $x + y - 3 = 0$ . שיעורי הקודקוד B הם  $(3, -8)$ . מצא את משוואת המעגל החוסם את הטרפז ABCD.

**(15)** מצא את משוואתו של מעגל החוסם ריבוע, שאחד מקדקודיו נמצא בראשית הצירים ומשוואת אחד מאלכסוניו היא  $3x - y + 10 = 0$ .

### תשובות סופיות:

**(12)**  $x^2 + y^2 = 16$ ,  $A(-3.2, 2.4)$ ,  $4x - 3y + 20 = 0$

**(13)**  $m = -26$

**(14)**  $(x-1)^2 + (y+4)^2 = 20$

**(15)**  $(x+3)^2 + (y-1)^2 = 10$